**Индекс УДК 338.984 / ББК 65.012.1**

**Алферьев Д.А.**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ЭТАПА ИННОВАЦИОННОГО ПРОЦЕССА**

**Аннотация.** *В статье подробно разобрана математическая модель этапа производства инновационной продукции, спроектированная на основе классической модели межотраслевого баланса. Она позволяет рассчитать оптимальный план выпуска инновационной продукции при максимизации объема производства.*

**Ключевые слова:** *инновации, производство продукции, оптимизация, линейное программирование.*

В настоящий момент в научной литературе представлено множество публикаций на тему инновационного развития и технологий. В различных странах процесс формирования инновационной среды идет с разной степенью интенсивности. Благодаря данному явлению те государства, которые занимаются подобными проблемами и вопросами, сумели обеспечить себе экономический рост, повысить отдачу от НИР и смогли сформировать эффективное научно-технологическое пространство. [5, с. 62].

Стоит отметить, что уровень инновационной активности организаций стран ЕАЭС находится на довольно низком рубеже. Лидером по значениям данного показателя является РФ. На 2014 г. значение инновационной активности организаций в России составило 9,9% [9]. В течении пяти лет (2010-2014 гг.) оно осталось практически без изменений (около 10%). В других странах ЕАЭС уровень инновационной активности еще ниже. В среднем за 2014 г., он составил порядка 6,6% (Казахстан – 7,6%; Кыргызстан – 5,5%) [7]. В странах ЕС на 2014 г. значение инновационной активности в среднем составило 44% [2, с. 157]. Низкие значения показателей инновационной активности в России и у стран партнеров по Евразийскому экономическому союзу обуславливают необходимость разработки и внедрения инструментов стимулирования инновационной деятельности на уровне организаций.

В любой экономической системе различные субъекты экономики при создании нового продукта вынуждены соизмерять затраты и результаты своей деятельности, искать способы эффективного использования ресурсов. Решение данной проблемы может получено при использовании соответствующего математического аппарата. Ввиду необходимости оценки эффективности выпуска новой продукции цель статьи заключается в разработке модели, позволяющей определять оптимальный выпуск инновационной продукции на этапе ее производства.

Данная проектируемая модель по своей природе является схожей с моделью межотраслевого баланса (МОБ) [8, с. 18]. Она позволит рассчитать оптимальный план производства инновационной продукции и затрат первичных ресурсов. В качестве критерия оптимальности производственного процесса в модели может быть использовано условие максимума конечной продукции.

Введем следующие обозначения:

1. Экзогенные переменные (их значения задаются независимо от условий модели[10]):
* $a\_{i,js}$ – затраты *i*-ой инновационной продукции, необходимые для производства единицы инновационной продукции $j$ способом производства $s$;
* $r\_{k, js}$ – количество ресурсов *k*-го вида, необходимых для производства единицы инновационной продукции $j$ способом $s$;
* $Q\_{i}$ – доля инновационной продукции *i*-го вида в расчете на один комплект конечного потребления (или на ед. затрат потребителей продукции);
* $R\_{k}$ – предельно допустимые объемы потребления (использования) первичных ресурсов *k*-го вида в заданном периоде времени.
1. Эндогенные переменные (рассчитываются исходя из условий математической модели [10]):
* $z$ – количество комплектов конечной продукции в заданной структуре (количество ассортиментных наборов). Величину $z$ можно измерять в денежном выражении. В этом случае $z$ совпадает с затратами в денежном выражении на покупку продукции для конечного потребления;
* $x\_{js}$ – объем производства инновационной продукции $j$ способом $s$.

Таким образом, в математической записи модели необходимо найти числа $z$ и $x\_{js}$, такие что:

|  |  |
| --- | --- |
| $z\rightarrow max$, | (1) |
| $\sum\_{s}^{}x\_{is}\geq \sum\_{js}^{}a\_{i,js}x\_{js}+zQ\_{i}$, | (2) |
| $\sum\_{js}^{}r\_{k, js}x\_{js}\leq R\_{k}$, | (3) |
| $x\_{js}\geq 0$. | (4) |

Поясним смысл условий задачи и ограничений ((1)-(4)). Условие (1) определяет критерий оптимальности производства. Здесь используется максимум ассортиментных наборов $z$ продукции в заданной структуре, направленной на конечное потребление. Условие (2) представляет собой математическую запись баланса производства и потребления продукции каждого наименования в рассматриваемом периоде. В левой части ограничения (2) записано валовое (суммарное) производство продукции всеми технологическими способами. В правой части – потребление продукции. Первое слагаемое определяет производственное или промежуточное потребление (норматив на изготовление ед. инновационной продукции *j*), второе конечное потребление (затраты на сам производственный процесс). Условие (3) представляет собой математическую запись ограничения на предельно допустимые объемы использования первичных ресурсов производства. (4) – условия неотрицательности.

Модель аналогичную модели (1)-(4), впервые предложил Новожилов В.В.[6] На практике ее можно использовать для обоснования оптимального плана выпуска продукции, при условии заданной структуры спроса конечной продукции. Такая модель также может быть использована для планирования экономики, на уровне отдельно взятого региона, города, района или страны в целом.

Модель (1)-(4) отражает определенные черты реального производства, тем не менее, она сильно идеализирована. В частности, эта модель статическая, т.е. в ней не учитывается фактор времени. Считается, что все необходимые для производства ресурсы в нужный момент времени находятся под рукой. Тем самым в модели не учитывается динамика производства и ритмичность поставок ресурсов и продуктов.

В настоящее время существуют общие динамические многоотраслевые модели общественного производства, в которых в явном виде учитывается фактор времени и динамика экономических процессов [11]. Они также нашли свое применение в практике экономических расчетов. Наиболее известны из них модели экономической динамики Леонтьева и Неймана.

С формальной точки зрения модель (1)-(4) представляет собой задачу линейного программирования. Для ее решения известны эффективные алгоритмы и методы решения с использованием ЭВМ. Такие модели после их конкретизации можно использовать для практических расчетов планов производства.

Теоретическую основу определения экономической эффективности использования ограниченных ресурсов составляют работы известных математиков: Л.В. Канторовича[3] и упомянутого ранее В.В. Новожилова [6]

Следует отметить, что расчет оптимальной программы (плана) производства представляет собой только один из этапов инновационного процесса. Далее следует процедура ее реализации. Здесь неизбежны отклонения реальных процессов от планируемых. Такие отклонения связаны с возникновением рисков. В связи с этим, для управления процессами реализации планов производства необходимо разработать эффективную систему контроля и регулирования экономической деятельности на этапе реализации рассчитанных планов. Такая система подразумевает расчет и обоснование показателей, характеризующих экономическую эффективность фактической деятельности субъектов экономики и использования ресурсов.

Экономический смысл таких нормативов заключается в том, что они определяют приращение оптимального значения целевой функции задачи в расчете на единицу дополнительного прироста привлекаемых ресурсов.

Как известно из теории [4, с. 272-285] при решении задач линейного программирования вместе с переменными исходной задачи можно найти переменные задачи, двойственной к исходной. Количество переменных двойственной задачи определяет предельный прирост значения целевой функции исходной задачи при увеличении на единицу правой части ограничений.

Другими словами, двойственные переменные, соответствующие ограничениям (2), определяют эффективность дополнительного прироста продукции, а двойственные переменные, соответствующие ограничениям (3), определяют эффективность дополнительного вовлечения в хозяйственный оборот первичных ресурсов.

Для определения показателей эффективности использования ограниченных ресурсов рассмотрим задачу, двойственную к задаче (1)-(4). Приведем математическую запись двойственной задачи.

Эндогенные переменные задачи:

$p\_{i}$ – эффективность производства (цена) единицы инновационной продукции *i*;

$q\_{k}$ – эффективность использования (цена) единицы первичных ресурсов *k*-го вида.

Математическая постановка задачи заключается в следующем. Требуется найти числа $p\_{i}$, (*i* = 1, 2, …, n) и $q\_{k}$ (*k* = 1, 2, …, m), такие, что:

|  |  |
| --- | --- |
| $\sum\_{k}^{}R\_{k}q\_{k}\rightarrow min$, | (5) |
| $p\_{j}-\sum\_{i}^{}a\_{i, js}p\_{i}-\sum\_{k}^{}r\_{k,js}q\_{k}\geq 0$, | (6) |
| $\sum\_{i}^{}Q\_{i}p\_{i}=p\_{j}$, | (7) |
| $p\_{j}\geq 0$, $ q\_{k}\geq 0$. | (8) |

Переменные и ограничения прямой и двойственной задач линейного программирования связаны между собой соотношениями двойственности. Эти соотношения представляют собой содержание первой и второй теорем двойственности.

Для задач (1)-(4) и (5)-(8) их можно записать в следующей форме:

|  |  |
| --- | --- |
| $z=\sum\_{k}^{}R\_{k}q\_{k}$, | (9) |
| $q\_{k}\left(\sum\_{js}^{}r\_{k, js}x\_{js}-R\_{k}\right)=0$, | (10) |
| $p\_{i}\left(\sum\_{s}^{}x\_{is}-\sum\_{js}^{}a\_{i, js}x\_{js}-zQ\_{i}\right)=0$, | (11) |
| $F\_{js}=x\_{js}(p\_{j}-\sum\_{i}^{}a\_{i, js}p\_{i}-\sum\_{k}^{}r\_{k, js}q\_{k})=0$, | (12) |

Чтобы пояснить экономическое содержание переменных задачи (5)-(8) и соотношений двойственности рассмотрим следующую модель экономического равновесия.

В этой модели равновесия с одной стороны выступают инновационная продукция, с другой – ее потребители. Количество видов инновационной продукции – *n*. В качестве потребителя продукции в рассматриваемой модели учитывается один субъект.

Переменные $p\_{i}$ и $q\_{k}$ определяют набор цен равновесия этой модели. Инновационную продукцию производят для продажи по цене $p\_{i}$. При этом они самостоятельно выбирают объем производства продукции $x\_{js}$ разными технологическими способами и покупают необходимые для производства первичные ресурсы по ценам $q\_{k}$. Способы производства продукции выбираются по критерию максимизации прибыли – $F\_{j}$.

Левая часть выражения (6) представляет собой прибыль в расчете на единицу производства инновационной продукции *j* способом *s*. Из данного условия следует, что для всех способов производства прибыль неотрицательна. При этом из соотношения (12) следует, что прибыль от внедрения инновации равна нулю. Отсюда следует, что для оптимальных способов производства, прибыль в расчете на единицу производства достигает максимального значения, равного нулю.

Потребитель продукции продает субъектам производственного сектора, имеющиеся у него первичные ресурсы, по ценам $q\_{k}$ и покупает в максимальном объеме $z$ продукцию, необходимую ему для потребления. Структура набора инновационных продуктов, покупаемых потребителем, задана числами $Q\_{i}$ (*i* = 1, 2, …, n). Цена доли общего объема инновационной продукции равна $p\_{i}$.

Ограничения (2) и (3) исходной задачи определяют баланс спроса и предложения продуктов и ресурсов в натуральном выражении.

Условие (9) вместе с условием (7) означает, что количество денег, полученных потребителем от продажи ресурсов, достаточно, чтобы купить всю произведенную продукцию. Другими словам, эти условия определяют баланс спроса и предложения в денежном выражении. Важно подчеркнуть, что для выполнения последнего баланса необходимо, чтобы доходы от продажи первичных ресурсов принадлежали потребителям продукции и собственникам первичных ресурсов.

Условия (6) и (12) означают, что прибыль в расчете на единицу производства продукции способом, найденным из решения прямой задачи (1)-(4), равна 0. Для этих способов производства левая часть неравенства (6) равна 0.

При способах производства, для которых левая часть неравенства (6) строго меньше нуля, прибыль инновации в расчете на единицу производства инновационной продукции меньше нуля и, следовательно, при ценах $p\_{i}$ и $q\_{k}$ производство такими способами недопустимо.

Можно сказать, что производство инноваций в соответствии с планом, найденным из решения задачи (1)-(4) удовлетворяет условиям рыночного равновесия при ценах $p\_{i}$ и $q\_{k}$.

Это надо понимать так: каждый из субъектов производственного сектора не заинтересован в увеличении или уменьшении производства продукции *i*-го вида способом $s$ по сравнению с планом $x\_{is}$, найденным из решения прямой задачи.

Действительно, при производстве продукции оптимальными способами прибыль равна нулю. При отклонении производства от оптимальных технологических способов прибыль становится меньше нуля. Стабилизация цен продукции и ресурсов на уровне оценок, найденных из решения задачи (5)-(8), стимулирует производить инновационную продукцию оптимальными способами из решения (1)-(4).

Другими словами, цены, найденные из решения задачи (5)-(8), стимулируют эффективные с точки зрения интересов общества способы производства. Анализ модели показывает, что если какой-либо вид продукции производится в оптимальном плане в избытке, то цена этого вида продукции равна нулю. Аналогично: если каких-то ресурсов больше, чем их потребность в производстве, тогда цена этих ресурсов равна нулю. Из всего сказанного выше следует, что цены, найденные из решения задачи (5)-(8), обладают следующими замечательными свойствами.

1. Прибыль каждой инновации в расчете на единицу продукции равна нулю. Это значит, что организация не заинтересована в уменьшении или увеличении объема производства по сравнению со значениями, найденными из решения задачи (1)-(4).
2. Суммарная ценность используемых ресурсов, рассчитанная по этим ценам, равна суммарным затратам потребителя на покупку, т.е. величина внутреннего продукта равна чистым доходам потребителей.
3. Найденные цены стимулируют реализацию плана производства, полученного из решения задачи (1)-(4).

**Библиографический список**

1. Алферьев, Д.А. Линейное программирование в инновационной деятельности промышленных предприятий [Текст] / Д.А. Алферьев // Вторая научно-практическая конференция «Молодая экономика: экономическая наука глазами молодых ученых». – Москва : ЦЭМИ РАН, 2015.

2. Богачев, А.И. Инновационный потенциал и инновационная активность российских предприятий [Текст] / А.И. Богачев, А.А. Полякова // Научный журнал КубГАУ – Scientific Journal of KubSAU. – 2010. – №64 (10). – С. 156-165.

3. Канторович, Л.В. Математико-экономические работы [Текст] / Л.В. Канторович. – Новосибирск : Наука, 2011. – 760 с.

4. Красс, М.С. Математика для экономистов [Текст] / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб. : Питер, 2010. – 464 с.

5. Масленников, М.И. Научно-технологический потенциал и основные факторы, его определяющие, в России и зарубежных странах [Текст] / М.И. Масленников // Журнал экономической теории. – 2015. – №4. – С. 46-63.

6. Новожилов В.В. Проблемы измерения затрат и результатов для оптимального планирования [Текст] / В.В. Новожилов. – М. : Наука, 1972. – 432 с.

7. Рахматова, М.У. Проблемы повышения инновационной активности стран ЕАЭС на мировой арене [Электронный ресурс] / М.У. Рахматова, А.К. Бокоева // Режим доступа: http://arch.kyrlibnet.kg/uploads/KNURAHMATOVAM.U.,BOKOEVAA.K.2015-5.pdf

8.Суровцов, Л.К. Математическая экономика [Текст] : Учеб. пособие / Л.К. Суровцов. – М. : Экономика, 2011. – 357 с.

9. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\_main/rosstat/ru/

10. Эконометрика [Текст] : учеб. / под ред. И.И. Елисеевой. – М. : Проспект, 2010. – 288 с.

11. Aubin, J.-P. Dynamic Economic Theory. A Viability Approach [Text] / J-P. Aubin. – Springer, 1997. – 510 p.

**Информация об авторе**

Алферьев Дмитрий Александрович (Россия, Вологда) – инженер-исследователь, ИСЭРТ РАН (Россия, 160014, г. Вологда, ул. Горького, д. 56а; common@vscc.ac.ru).

**Alferev D.A.**

**MATHEMATICAL MODEL OF THE PRODUCTION STAGES**

**OF INNOVATIVE PROCESS**

**Annotation.** *The paper analyzed in detail the mathematical model of stage production of innovative products, designed based on the classical model of interbranch balance. It allows you to calculate the optimal roadmap of innovative products while maximizing production.*

**Keywords:** *innovation, production, optimization, linear programming.*

**Information about the author**

Alferev Dmitry (Russia, Vologda) - Research Engineer, ISEDT RAS (Russia, 160014, Vologda, street Gorky, 56a; common@vscc.ac.ru.).

**References**

1. Alferev, D.A Linear programming in innovative activity of industrial enterprises [Text] / D.A Alferev // The second scientific-practical conference "Young Economy: Economic science eyes of young scientists." – Moscow: CEMI, 2015.

2. Bogachev, A.I Innovation potential and innovation activity of Russian companies [Text] / A.I Bogachev, A. Polyakova // Scientific Journal KubGAU – Scientific Journal of KubSAU. – 2010. – №64 (10). – P. 156-165.

3. Kantorovich, L.V Mathematical-economic work [Text] / L.V Kantorowicz. – Novosibirsk: Nauka, 2011. – 760 p.

4. Krass, M.S Mathematics for economists [Text] / M.S Krass, B.P Chupryna. - SPb. : Peter, 2010. – 464 p.

5. Maslennikov, M.I Scientific and technological potential and the main factors that determine it, in Russia and foreign countries [Text] / M.I Maslennikov // Journal of Economic Theory. – 2015. – №4. – P. 46-63.

6. Novozhilov, V.V Cost Measurement Problems and results for optimal planning [Text] / V.V Novozhilov. – Moscow: Nauka, 1972. – 432 p.

7. Rakhmatova, M.U Problems of increase of innovative activity of the EAEC countries on the world stage [Electronic resource] / M.U Rakhmatova, A.K Bokoeva // Access: http://arch.kyrlibnet.kg/uploads/KNURAHMATOVAM.U.,BOKOEVAA.K.2015-5.pdf

8.Surovtsov, L.K Mathematical Economics [Text]: Proc. Benefit / L.K Surovtsev. – MA: Economics, 2011. – 357 p.

9. Federal State Statistics Service [electronic resource] - Access mode: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\_main/rosstat/ru/

10. Econometrics [Text]: studies. / Ed. I.I Eliseeva. – M: Prospect, 2010. – 288 p.

11. Aubin, J.-P. Dynamic Economic Theory. A Viability Approach [Text] / J-P. Aubin. – Springer, 1997. – 510 p.